

SG253 6ICG271	Equations différentielles stochastiques : résolution numérique et applications	S9
Responsable :	Céline LACAUX, Maître de Conférences Celine.Lacaux@mines.inpl-nancy.fr	
Durée du module :	21 heures	
Crédits ECTS :	2	
Mots clés :	Schémas de discrétisation, problèmes de Dirichlet et Cauchy, évaluation d'options, méthode de Monte-Carlo	

Pré requis

Bases solides en probabilités sont nécessaires. Connaître les méthodes de Monte Carlo pour le calcul d'intégrales (cours SG241, S8) et savoir programmer en Matlab ou Scilab sera un plus.

Objectifs pédagogiques

L'objectif de ce cours est d'introduire les techniques numériques de résolution des équations différentielles stochastiques (EDS). Le cours présentera les schémas classiques pour simuler la solution d'une EDS et des techniques pour les améliorer. Ces schémas, combinés avec les techniques de Monte Carlo, seront utilisés pour évaluer des espérances dépendant de la solution de l'EDS. En particulier, le cours proposera comme applications la résolution des problèmes de Dirichlet et de Cauchy (problèmes "déterministes" d'équations aux dérivées partielles) ainsi que l'évaluation d'options en finance. Des techniques pour améliorer les méthodes proposées seront présentées (amélioration de la simulation de la solution de l'EDS et réduction de variance).

Le cours mettra l'accent sur l'implémentation numérique des méthodes présentées (logiciel : Matlab). Les techniques présentées seront appliquées pour des modèles en mathématiques financières (Black et Scholes, CIR, volatilité stochastique). Des applications dans d'autres domaines (biologie, physique) seront présentées.

Contenu - Programme

- Schémas classiques de discrétisation d'une équation différentielle stochastique : Euler, Milstein. Améliorations : extrapolation de Romberg, Taylor stochastique,...
- Lien EDS/Equations aux dérivées partielles. Formule de Feynman-Kac. Problèmes de Dirichlet et de Cauchy.
- Techniques de réduction de variance adaptées à l'évaluation d'options : fonction d'importance et théorème de Girsanov, variables de contrôle et représentation des martingales, régularisation du pay-off, conditionnement.
- Amélioration des schémas de discrétisation dans le cas d'options dépendant de toute la trajectoire du sous-jacent (options barrières et asiatiques).
- Calcul des sensibilités.
- Introduction aux problèmes d'estimations des paramètres d'une EDS.

Mode d'évaluation :

Compte-rendus de travaux pratiques et 1 examen